

**Крохин А. Л.**

**ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ В  
ФОРМАТЕ PDF – ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ И  
ИХ РЕАЛИЗАЦИЯ**

*alkrochin@yandex.ru*

*ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина»  
г. Екатеринбург*

*Формат электронных документов PDF Adobe последних версий позволяет реализовать динамические учебно-методические документы с элементами интерактивности. Представлена технология подготовки и приводятся примеры готовых демонстраций и фрагментов лекций.*

**Krochin A. L.**

**MATH EDUCATIONAL PDF DOCUMENTS – THEIR BENEFITS AND  
IMPLEMENTATION IN PRACTICE**

*Here is presented some observations pdf-based educational materials, provided interactivity in a sense of requiring an input from a user and providing him an instant reply. Somebody may concerned author's results of utilize open software application that allows users to make pdf tutorial.*

В последние годы популярным стал термин *электронные документы*. Довольно часто под ним понимается лишь один из форматов файлов Microsoft Office, а именно формат редактора Word. В настоящем докладе автор представляет возможности другого чрезвычайно популярного во всем мире формата электронной документации – PDF, аббревиатура от *Portable Document Format*. Просматривая такой файл, мы не просто заменяем бумажный лист экраном. Главным достоинством является наличие скрытых возможностей, которые реализуются при использовании просмотрщика Acrobat Reader [2]. Документ может содержать управляющие элементы, обеспечивающие интерактивность, можно вводить новую информацию в специальные формы, изображение легко делается динамическим, подключаются мультимедийные файлы различных форматов. В pdf-файлах используется технология слоев, внутренние и внешние гиперссылки, в скрытом виде могут присутствовать наборы команд JavaScript. Удобно и то, что все элементы составляют единый файл, целостность которого можно еще и защитить криптографически.

В университетах многих стран, в том числе и в России, возможности формата pdf находят активное применение в учебно-методических документах. К сожалению, воспользоваться всей мощью данного формата можно лишь при использовании профессиональных программ самой фирмы Adobe, стоимость

которых довольно высока. Тем не менее существует довольно обширный класс открытого или проприетарного, то есть бесплатного ПО.

Автор доклада использует преимущественно клоны LaTeX'a. О мотивации такого выбора написали в своем введении авторы книги [1]. Исходный текст со всеми формулами и графикой обрабатывается программой pdfLaTeX, при этом получается файл pdf-формата. Надо заметить, что технология подготовки документов включает использование нескольких десятков вспомогательных макропакетов различных авторов. В частности, графические элементы текста готовятся без реального рисования. При подготовке иллюстративного материала по математике удобнее, на наш взгляд, формально описывать свойства желаемого объекта на подходящем языке, что позволяет делать MetaPost, а в некоторых случаях PsTricks или TikZ. Готовый же рисунок получается уже в окончательном документе.

Существует и специализированный для учебных целей пакет Акротех (Д. Стори [3]), применяемый во многих университетах. В частности, интерес представляют утилиты, разработанные в Чехии (Р. Марик [4]). Они позволяют удобным образом внедрять в pdf-скрипты JavaScript, при этом, в отличие от AscroTeX, не требуется использование коммерческого ПО.

Типы учебно-методических материалов, которые обеспечиваются форматом pdf, чрезвычайно разнообразны. Это и лекционные демонстрации, и всевозможные тесты, проверочные работы и работы для самоконтроля. За рубежом, где электронные ресурсы используются уже два десятилетия, сложилась своеобразная терминология, да и внешний вид этих документов напоминает компьютерные игры. К примеру, *Exerquiz* – упражнение-опрос, *Matching games* (*Das Puzzle Spiel* – DPS) – игры на совпадение, *Jeopardy like game* – рискованная игра и др. (перевод автора). Такой игровой подход характерен для американской образовательной школы.

В практике автора доклада основное место занимают лекционные материалы, которые используются в мультимедийных аудиториях радиотехнического факультета УрФУ. Чтение лекций сопровождается как показом слайдов, так и некоторой работой у доски. Придерживаясь принципа «единого источника» (*single sourcing*), все учебно-методические материалы пишутся в LaTeX'e. Обработав исходники в стилевом пакете Beamer, получаем набор слайдов pdf-формата. Этот стилизованный пакет легко обеспечивает простейшую динамику, заполнение слайда происходит постепенно, темп определяется преподавателем по реакции студентов. Постепенно появляются элементы математических выкладок, ключевые места выделяются цветом, который затем убирается. Можно применять цветные рамки различной формы, стрелки, укрупнение шрифта.

Также легко можно заполнять слайд и чертежом или схемой, детали проявляются по мере объяснения, что, естественно, гораздо лучше воспринимается слушателями, позволяя им осмысленно вести собственные конспекты. Надо

сказать, что подготовленные в MetaPost'е графические примеры выглядят предпочтительнее изображенных крошащимся кусочком мела на заезженной доске.

Анимированные демонстрации применяются в тех случаях, когда требуется отследить детали процесса, изменения объекта при изменении некоторого параметра. В качестве примера рассмотрим вычисление свертки двух финитных функций (задача композиции в теории вероятностей или в свойствах преобразования Лапласа). Поскольку фактически у нас нет одной формулы для подинтегрального выражения, возникает необходимость правильной расстановки пределов. Ранее для объяснения применялась своеобразная «мысленная» анимация, т.е., считая график одной из сворачиваемых функций «подвижным», рисовались характерные «кадры» – рисунки. А уже по ним расставлялись пределы. Теперь предлагается анимация, которая значительно нагляднее (рис. 1.).

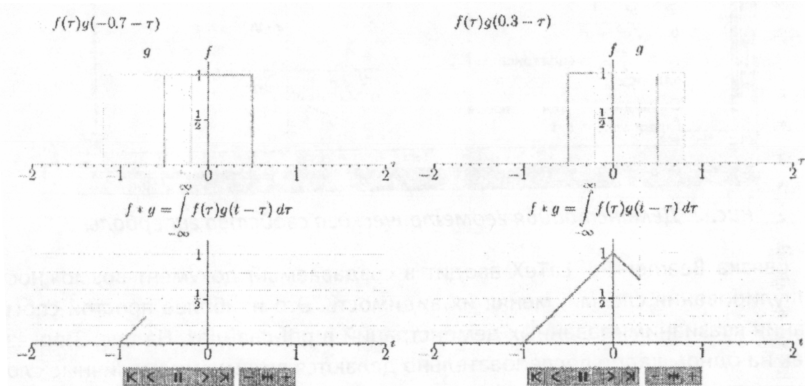


Рис. 1. Фрагменты лекционной демонстрации задачи композиции двух равномерных распределений

Графические исходники подготовлены с помощью макропакета TikZ, который позволяет создавать векторную графику в pdf-формате. Обработка исходников проводилась программой Pdf-LaTeX с подключением утилиты animate. Поэтому верстка всех формул делается теми же шрифтами и в том же стиле, что и основной текст документа. Для автоматизации обработки десятков, а то и сотен промежуточных кадров требуется вспомогательный скрипт. В некоторых случаях его приходится писать самостоятельно. Язык скрипта определяется имеющейся ОС, особенно удобно работать в Unix-клонах.

Анимированные демонстрации смотрятся абсолютно естественно в курсе аналитической геометрии. Студент не просто слышит определение геометрического свойства кривой второго порядка, а наблюдает воочию результат, след движущейся по соответствующему правилу точки (рис. 2). Такой прием позво-

ляет облегчить создание пространственного представления графического примитива, усилить и закрепить запоминание нового факта.

На рисунке приведен PrintScreen, в лекционной демонстрации включается полноэкранный режим Ctrl-L и посторонние фрагменты отсутствуют.

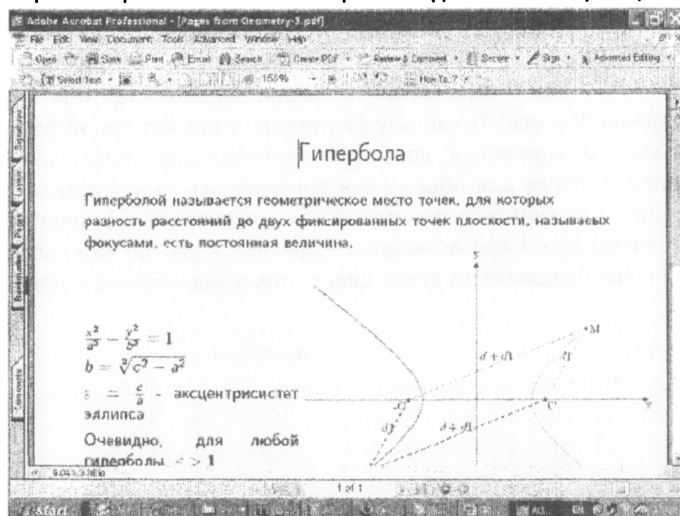


Рис. 2. Демонстрация геометрического свойства гиперболы

Связка Beamer+Pdf-LaTeX вводит в создаваемый документ возможность манипулирования слоями, меняя их видимость. Это наиболее простой способ создания квазианимированных демонстраций в pdf-слайдах. На рис. 3 показано, как на одном кадре последовательно делаются видимыми различные слои, на которых отображен ход работы алгоритма Форда-Фолкерсона. На рис. 4 представлены слайды, поясняющие предельный переход Римановой интегральной суммы к определенному интегралу. Для студента технического университета важно получить качественное представление, понять идею этого математического преобразования.

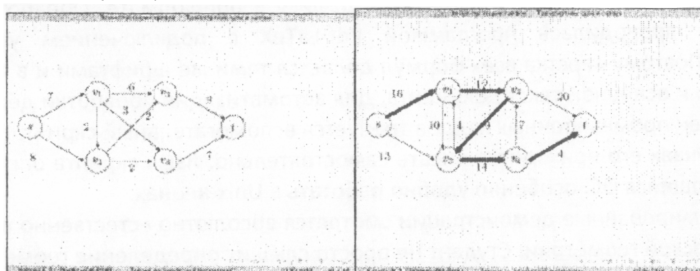


Рис.3. Последовательно делаются видимыми различные слои

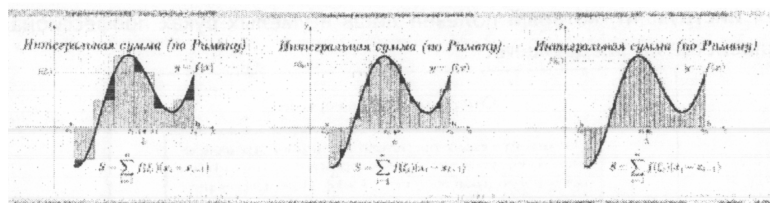


Рис.4. Увеличение числа точек разбиения для интегральной суммы

Так называемые 3d-изображения в математических иллюстрациях получаются практически теми же инструментальными средствами [5]. Фактически мы строим чертежи, используя аксонометрическую или изометрическую проекции. Реже применяем перспективную трансформацию или удаление невидимых точек. В этом случае практически не требуются технологии рендеринга, наложение текстур и прочие ресурсоемкие технологии. В методическом плане 3d-изображения полезны при расстановке пределов интегрирования в теме «Кратные и поверхностные интегралы». Однако надо стремиться вырабатывать у студентов пространственное воображение и навыки качественного построения необходимых геометрических объектов.

Большие возможности в выразительном плане открывает применение JavaScript-программирования в pdf-документах. Хотя внедрение соответствующих скриптов не самая простая задача, известны LaTeX-ориентированные пакеты, позволяющие ее решать – cooltips, AcroTeX, Fancytooltips и др. При наличии Adobe Acrobat Pro скрипты можно записать и вручную. Один из возможных типов учебных документов – контрольно-обучающие тесты. Пример такого теста приведен на рис. 5. Бланк содержит вводную часть, куда прямо с клавиатуры вводятся числа. Затем, кликая по скрытым кнопкам, на которых изображены соответствующие векторные операции, мы получаем результат в естественной для математики форме записи. Для обучающего варианта проверка с ручным счетом проводится самостоятельно учащимся. В контролирующем варианте в ячейки вводятся ответы, а программа оценивает результат.

В такого типа контрольных работах возникает проблема распознавания правильного ответа. Известные пути решения – выбор из нескольких предложенных вариантов ответа на данный вопрос; дозаполнение частичной формы ответа; на десять заданий предлагается двадцать вариантов ответа.

Аналитическое выражение для функции можно распознать (хотя это и очень непросто), а затем вычислить значения в конкретных точках. Сравнение значений с некоторой погрешностью округления можно запрограммировать на уровне документа в скрытых JavaScript-командах. На сайте университета «Macquarie University in Australia» ([www.mq.edu.au](http://www.mq.edu.au)) студенты могут сделать несколько попыток сдачи различных тестов. Никакое совершенствование информационных технологий и инфраструктуры не в состоянии заменить главное лицо образовательного процесса – УЧИТЕЛЯ (лектора, преподавателя). Все это лишь

новый инструмент, который полезен лишь в умелых руках профессионала, в совершенстве им владеющего.

**Операции с векторами**

Считайте самостоятельно скалярное произведение  $(\vec{a}, \vec{b})$ , угол между векторами  $\theta$  и координаты векторного произведения  $[\vec{a} \times \vec{b}]$ . Потом проверьте полученные результаты.

*Введите координаты векторов.*

$\vec{a} =$    $\vec{i} +$    $\vec{j} +$    $\vec{k}$   
 $\vec{b} =$    $\vec{i} +$    $\vec{j} +$    $\vec{k}$

*Введите метки и соответствующую операцию для векторных произведений:*

$\vec{a} \times \vec{b} =$    $\vec{i} +$    $\vec{j} +$    $\vec{k}$   
 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

$\theta =$

$[\vec{a} \times \vec{b}] =$    $\vec{i} +$    $\vec{j} +$    $\vec{k}$

**Рис. 5. Заполненный интерактивный бланк упражнения по векторной алгебре**

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гуссенс М. Путеводитель по пакету LaTeX и его графическим расширениям. / М. Гуссенс, С. Ратц, Ф. Миттельбах / пер. с англ. – М. : Мир; Бином ЛЗ, 2002. – 621 с.
2. Крохин А.Л. Критический анализ опыта использования мультимедийных средств при чтении лекций по математическим курсам. / А.Л. Крохин // Новые образовательные технологии в вузе: сб. мат. Всерос. науч.-метод. конф.
3. Story D.P.: AcroTeX Magazine. [Электронный ресурс] / D.P. Story. Режим доступа : [www.acrotex.net/data/acrotex/AcroMag.pdf](http://www.acrotex.net/data/acrotex/AcroMag.pdf).
4. Mařík R. Interactive Mathematics. [Электронный ресурс] / R. Mařík. Режим доступа : [www.old.mendelu.cz/~marik/](http://www.old.mendelu.cz/~marik/).
5. [Без подписи]. MetaPost: A Reference Manual Peter Grogono. [Электронный ресурс]. Режим доступа: [www.users.encs.concordia.ca/~grogono/Writings/mpref.pdf](http://www.users.encs.concordia.ca/~grogono/Writings/mpref.pdf)